4.1 基础方法 2020年6月4日11点09分

命题4.1 假设F可以被个最大直径为的集合覆盖,其中随着为.则

此外,如果仍然以为界,则.如果但对于,则

因此,正如我们已经看到的(示例3.7),在中间的第三个Cantor集的情况下,以3k的长度2k间隔的自然覆盖给出了dim HF⩽dimBF⩽dimBF⩽log 2 ∕ log 3。

令人惊讶的是,集合的Hausdorff维数的“明显”上限是实际值.但是,很难证明这一点.要获得一个上限,对于F的特定覆盖{Ui},以∑ | Ui | s的形式求和就足够了,而对于下限,我们必须证明∑ | Ui | s大于某个正常数.F的所有𝛿覆盖层.显然,有大量此类覆盖层可用.特别是，在使用Hausdorff尺寸而不是盒子尺寸的情况下，必须考虑一些U i非常小而其他Ui具有较大直径的覆盖物–这会禁止对∑ | Ui |进行大范围的估计，例如可用的估计。为上限。即使存在分形的自然构造，例如中间的第三个Cantor集及其变体，要获得良好的下界，不仅重要的是分量的大小，而且必须考虑到它们的间距，就像这样做一样在示例3.7中进行了严格的计算。

质量分配原则4.2

令为F的质量分布,并假设对于某些,存在数字且使得

对于所有的集合.则且

覆盖引理4.8 令C是的某些边界区域中所包含的球族.然后有一个(有限或可数)不相交的子集合使得

其中是与同心且半径为半径四倍的闭合球.

命题4.9 令为上的质量分布,令为Borel集,令为常数.

1. 如果对于所有成立,则.
2. 如果对于所有成立,则.

4.2 有限测度子集 2020年6月5日09点52分

命题4.10 令为的Borel子集,使得.然后有一个紧集,使得.

命题4.11 令F为满足的Borel集.存在一个常数和一个紧集E⊂F,其中,使得

对于所有的和r>0成立.

推论4.12 令为的Borel子集,使得.存在一个紧集使得和一个常数使得

对于所有的和r>0成立.

4.3 潜在的理论方法 2020年6月5日10点42分

定理4.13 设F是的一个子集.

1. 如果在F上具有质量分布,,则并且.
2. 如果是Borel子集,使得,那么对于所有,F上存在质量分布,.